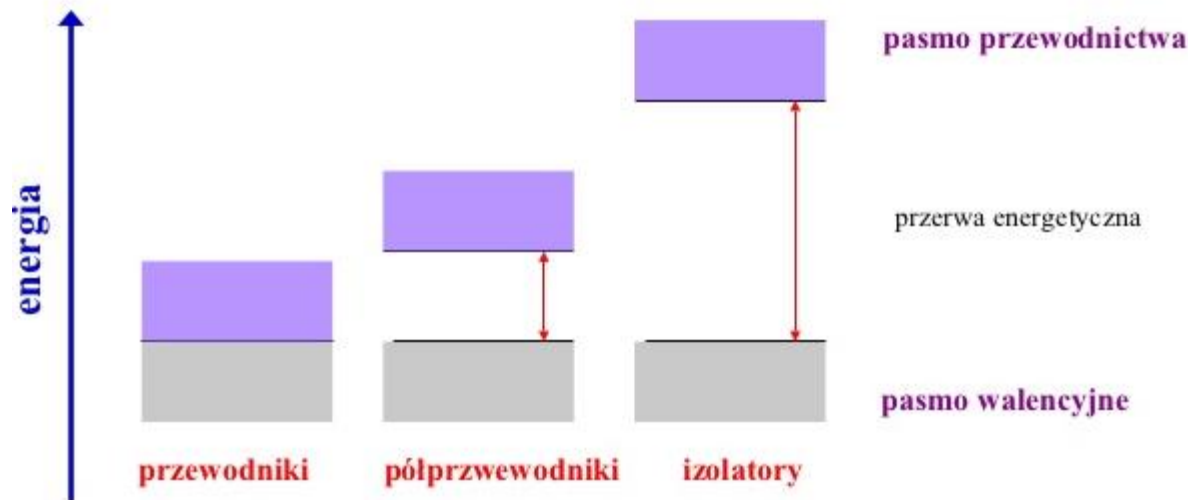


## **Wykład 2b**

**Poziom Fermiego w półprzewodnikach.  
Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi  
termodynamicznej w półprzewodniku**

# Rodzaje ciał stałych



- W ciałach stałych istotnemu rozszczepieniu ulegają stany elektronów walencyjnych.
- Rozszczepione poziomo grupują się w pasma.
- Najwyższe pasmo obsadzone elektronami w niemetalach nazywa się pasmem walencyjnym.
- Sąsiednie wyższe pasmo nazywa się pasmem przewodnictwa.
- Obszar energii zawartej pomiędzy pasmami, niedozwolony dla elektronów nazywa się przerwą wzbronioną.

# Przewodność właściwa półprzewodników

$$\sigma(T) = en(T)\mu(T)$$

$n(T)$  – koncentracja nośników  
[ $cm^{-3}$ ]

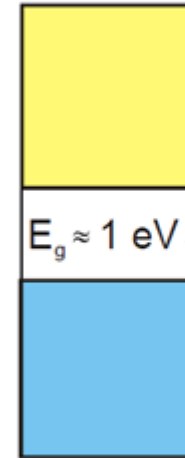
Prędkość elektronu

$$\mu = \frac{v}{E} \left[ \frac{cm^2}{Vs} \right]$$

Ruchliwość

Natężenie pola elektrycznego

Pasmo przewodnictwa



Przerwa energetyczna

Pasmo walencyjne

$$n(T) \sim \text{prawdop} \sim e^{\frac{-E_g}{kT}}$$

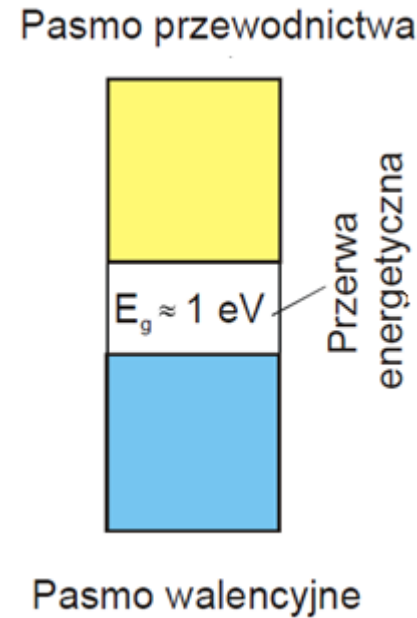
$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} J/K$$

# Przewodność właściwa półprzewodników

$$\sigma(T) = en(T)\mu(T)$$

$$n(T) \sim e^{-\frac{E_g}{kT}}$$

$$\mu(T) \sim T^a \quad \left(a = -\frac{3}{2} \text{ lub } \frac{3}{2}\right)$$



W półprzewodnikach zależność przewodności właściwej od temperatury determinuje zależność koncentracji nośników od temperatury:

$$\sigma(T) \sim n(T)$$

# Półprzewodniki (Si, Ge, GaAs)

Konfiguracja elektronowa atomu Si:



4 elektrony walencyjne

Kryształ Si: wiązanie kowalencyjne: hybrydyzacja orbitali  $sp^3$

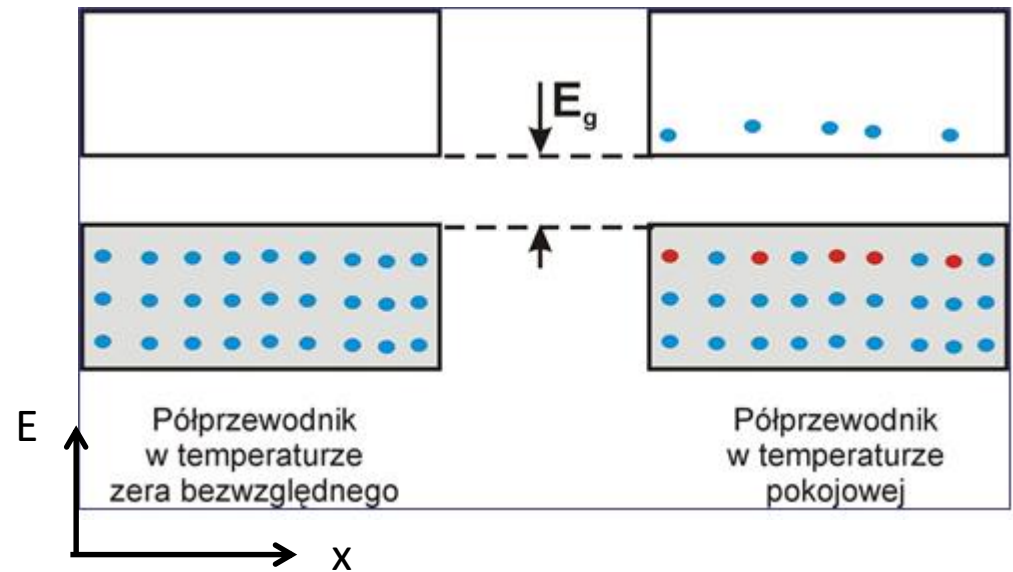
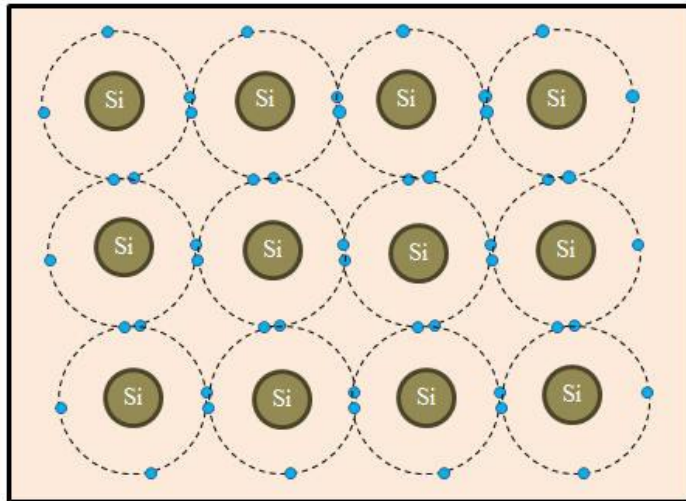


Diagram pasmowy  
Półprzewodnik samoistny

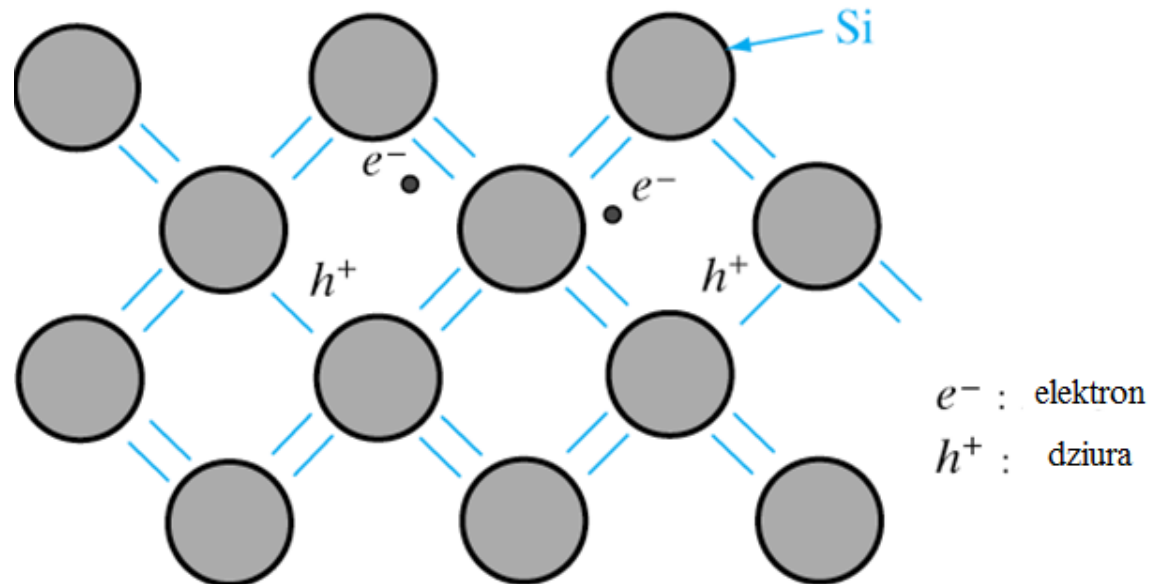
# Półprzewodnik samoistny $T > 0$

Dla każdego półprzewodnika w stanie równowagi termodynamicznej prawdziwe jest równanie:

$$n_0 p_0 = n_i^2$$

Dla półprzewodnika samoistnego:

$$n_0 = p_0$$



## Półprzewodnik samoistny

Przewodność:  $\sigma = en_i\mu$

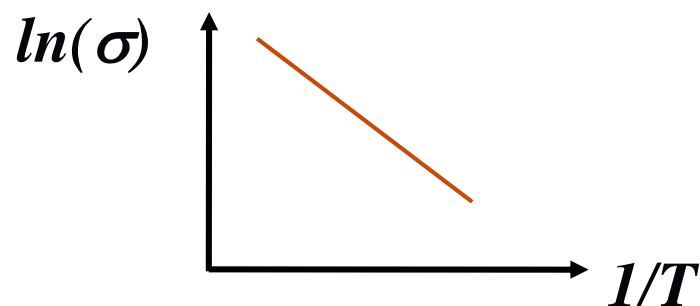
Jeśli ruchliwość nie zmienia się istotnie wraz ze zmianą temperatury to

$$\sigma(T) \sim n_i(T)$$

$$n_i(T) \sim e^{\frac{-E_g}{2kT}}$$

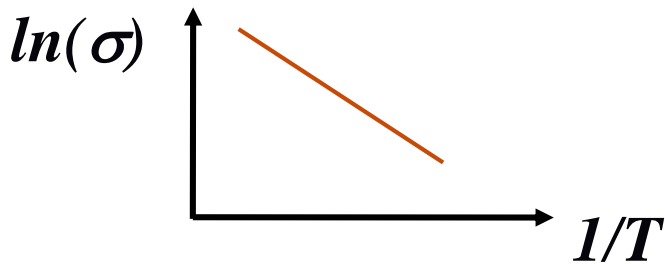
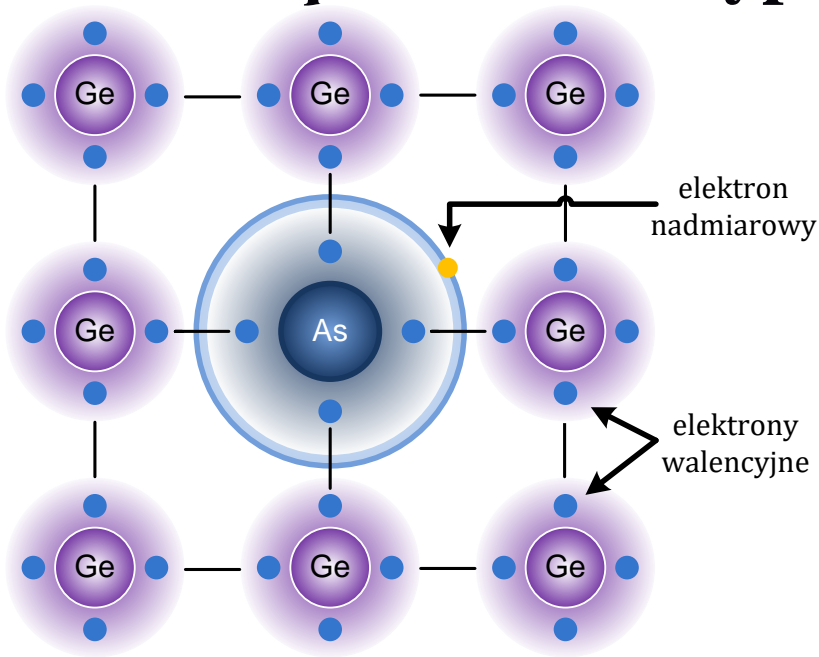
$$\sigma = \sigma_0 e^{-\frac{E_g}{2kT}}$$

$$\ln\sigma = \ln\sigma_0 - \frac{E_g}{2k} \cdot \frac{1}{T}$$



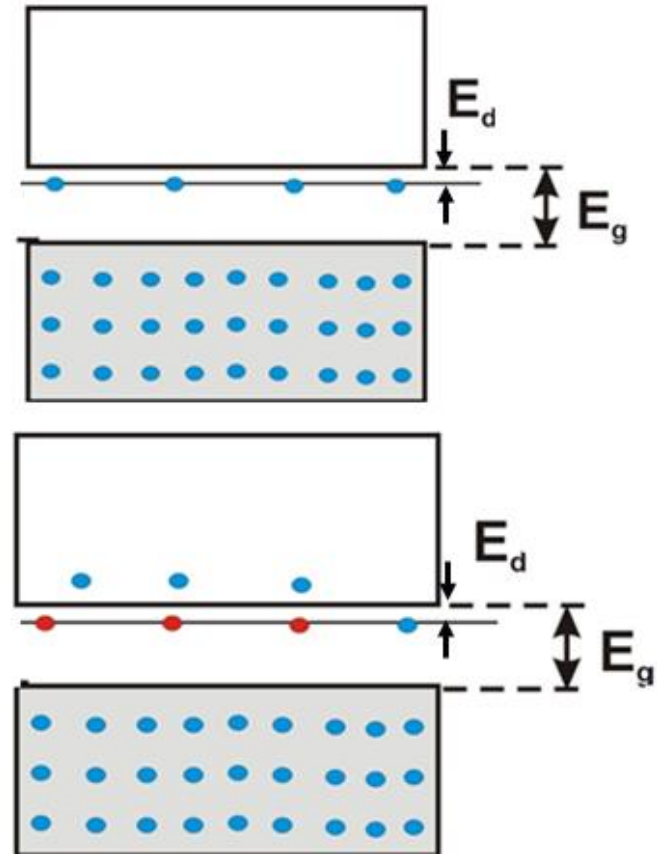
Nachylenie prostej:  $-\frac{E_g}{2k}$

# Półprzewodnik typu n



$$\sigma_d = \sigma_{0d} e^{-E_d / 2kT}$$

Nachylenie prostej:  $-\frac{E_d}{2k}$



$E_d$  - poziom donorowy

$$n_0 p_0 = n_i^2 \quad n_0 > p_0$$



# PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIIB	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA	INERT GASES	
1 H 1.00797															1 H 1.00797	2 He 4.0026	
3 Li 6.939	4 Be 9.0122											5 B 10.811	6 C 12.0112	7 N 14.0067	8 O 15.9994	9 F 18.9984	10 Ne 20.183
11 Na 22.9898	12 Mg 24.312											13 Al 26.9815	14 Si 28.086	15 P 30.9738	16 S 32.064	17 Cl 35.453	18 Ar 39.948
19 K 39.102	20 Ca 40.08	21 Sc 44.956	22 Ti 47.90	23 V 50.942	24 Cr 51.996	25 Mn 54.9380	26 Fe 55.847	27 Co 58.9332	28 Ni 58.71	29 Cu 63.54	30 Zn 65.37	31 Ga 69.72	32 Ge 72.59	33 As 74.9216	34 Se 78.96	35 Br 79.909	36 Kr 83.80
37 Rb 85.47	38 Sr 87.62	39 Y 88.905	40 Zr 91.22	41 Nb 92.906	42 Mo 95.94	43 Tc (99)	44 Ru 101.07	45 Rh 102.905	46 Pd 106.4	47 Ag 107.870	48 Cd 112.40	49 In 114.82	50 Sn 118.69	51 Sb 121.75	52 Te 127.60	53 I 126.904	54 Xe 131.30
55 Cs 132.905	56 Ba 137.34	*57 La 138.91	72 Hf 178.49	73 Ta 180.948	74 W 183.85	75 Re 186.2	76 Os 190.2	77 Ir 192.2	78 Pt 195.09	79 Au 196.967	80 Hg 200.59	81 Tl 204.37	82 Pb 207.19	83 Bi 208.980	84 Po (210)	85 At (210)	86 Rn (222)
87 Fr (223)	88 Ra (226)	†89 Ac (227)	104 Rf (261)	105 Db (262)	106 Sg (266)	107 Bh (262)	108 Hs (265)	109 Mt (266)	110 ? (271)	111 ? (272)	112 ? (277)						

N-typu -donory

Numbers in parenthesis are mass numbers of most stable or most common isotope.

Atomic weights corrected to conform to the 1963 values of the Commission on Atomic Weights.

The group designations used here are the former Chemical Abstract Service numbers.

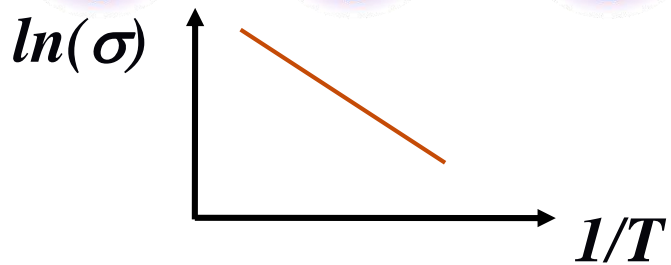
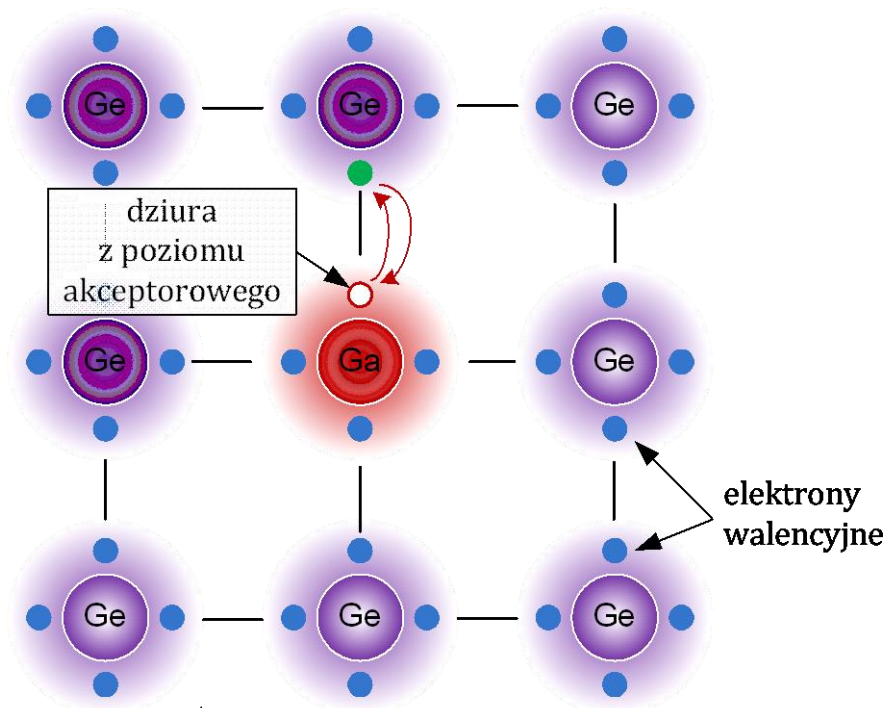
\* Lanthanide Series

58 Ce 140.12	59 Pr 140.907	60 Nd 144.24	61 Pm (147)	62 Sm 150.35	63 Eu 151.96	64 Gd 157.25	65 Tb 158.924	66 Dy 162.50	67 Ho 164.930	68 Er 167.26	69 Tm 168.934	70 Yb 173.04	71 Lu 174.97
--------------------	---------------------	--------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	---------------------	--------------------	---------------------	--------------------	---------------------	--------------------	--------------------

† Actinide Series

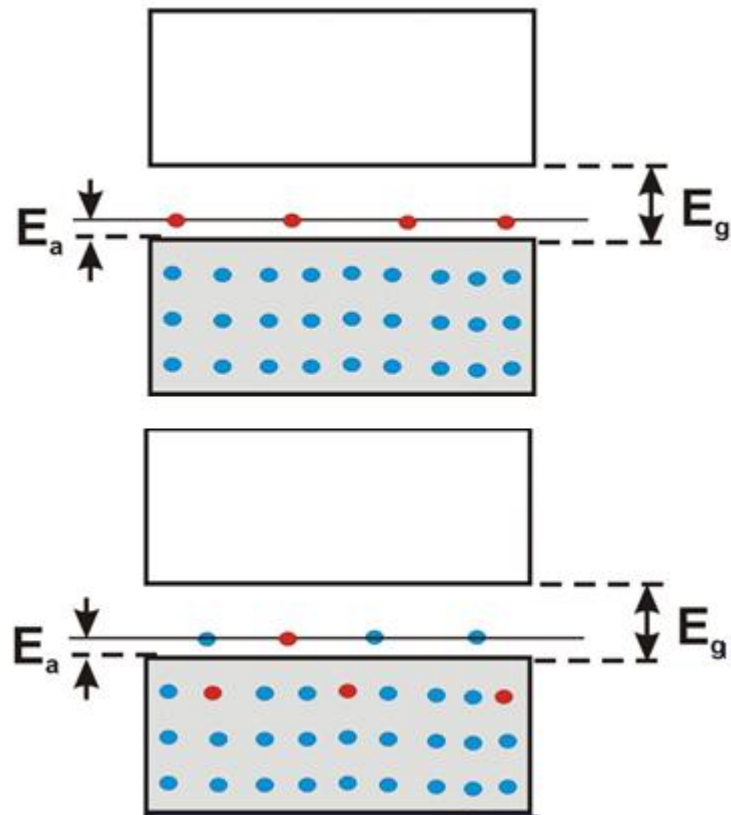
90 Th 232.038	91 Pa (231)	92 U 238.03	93 Np (237)	94 Pu (242)	95 Am (243)	96 Cm (247)	97 Bk (247)	98 Cf (249)	99 Es (254)	100 Fm (253)	101 Md (256)	102 No (256)	103 Lr (257)
---------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	-------------------	--------------------	--------------------	--------------------	--------------------

# Półprzewodnik typu p



$$\sigma_d = \sigma_{0d} e^{-E_a/2kT}$$


Nachylenie prostej:  $-\frac{E_a}{2k}$



$E_a$  - poziom akceptorowy

$$n_0 p_0 = n_i^2 \quad p_0 > n_0$$

# PERIODIC CHART OF THE ELEMENTS

IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIII	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	INERT GASES		
1 <b>H</b> 1.00797															1 <b>H</b> 1.00797	2 <b>He</b> 4.0026	
3 <b>Li</b> 6.939	4 <b>Be</b> 9.0122											5 <b>B</b> 10.811	6 <b>C</b> 12.0112	7 <b>N</b> 14.0067	8 <b>O</b> 15.9994	9 <b>F</b> 18.9984	10 <b>Ne</b> 20.183
11 <b>Na</b> 22.9898	12 <b>Mg</b> 24.312											13 <b>Al</b> 26.9815	14 <b>Si</b> 28.086	15 <b>P</b> 30.9738	16 <b>S</b> 32.064	17 <b>Cl</b> 35.453	18 <b>Ar</b> 39.948
19 <b>K</b> 39.102	20 <b>Ca</b> 40.08	21 <b>Sc</b> 44.956	22 <b>Ti</b> 47.90	23 <b>V</b> 50.942	24 <b>Cr</b> 51.996	25 <b>Mn</b> 54.9380	26 <b>Fe</b> 55.847	27 <b>Co</b> 58.9332	28 <b>Ni</b> 58.71	29 <b>Cu</b> 63.54	30 <b>Zn</b> 65.37	31 <b>Ga</b> 69.72	32 <b>Ge</b> 72.59	33 <b>As</b> 74.9216	34 <b>Se</b> 78.96	35 <b>Br</b> 79.909	36 <b>Kr</b> 83.80
37 <b>Rb</b> 85.47	38 <b>Sr</b> 87.62	39 <b>Y</b> 88.905	40 <b>Zr</b> 91.22	41 <b>Nb</b> 92.906	42 <b>Mo</b> 95.94	43 <b>Tc</b> (99)	44 <b>Ru</b> 101.07	45 <b>Rh</b> 102.905	46 <b>Pd</b> 106.4	47 <b>Ag</b> 107.870	48 <b>Cd</b> 112.40	49 <b>In</b> 114.82	50 <b>Sn</b> 118.69	51 <b>Sb</b> 121.75	52 <b>Te</b> 127.60	53 <b>I</b> 126.904	54 <b>Xe</b> 131.30
55 <b>Cs</b> 132.905	56 <b>Ba</b> 137.34	*57 <b>La</b> 138.91	72 <b>Hf</b> 178.49	73 <b>Ta</b> 180.948	74 <b>W</b> 183.85	75 <b>Re</b> 186.2	76 <b>Os</b> 190.2	77 <b>Ir</b> 192.2	78 <b>Pt</b> 195.09	79 <b>Au</b> 196.967	80 <b>Hg</b> 200.59	81 <b>Tl</b> 204.37	82 <b>Pb</b> 207.19	83 <b>Bi</b> 208.980	84 <b>Po</b> (210)	85 <b>At</b> (210)	86 <b>Rn</b> (222)
87 <b>Fr</b> (223)	88 <b>Ra</b> (226)	†89 <b>Ac</b> (227)	104 <b>Rf</b> (261)	105 <b>Db</b> (262)	106 <b>Sg</b> (266)	107 <b>Bh</b> (262)	108 <b>Hs</b> (265)	109 <b>Mt</b> (266)	110 <b>?</b> (271)	111 <b>?</b> (272)	112 <b>?</b> (277)						

Numbers in parenthesis are mass numbers of most stable or most common isotope.

Atomic weights corrected to conform to the 1963 values of the Commission on Atomic Weights.

The group designations used here are the former Chemical Abstract Service numbers.

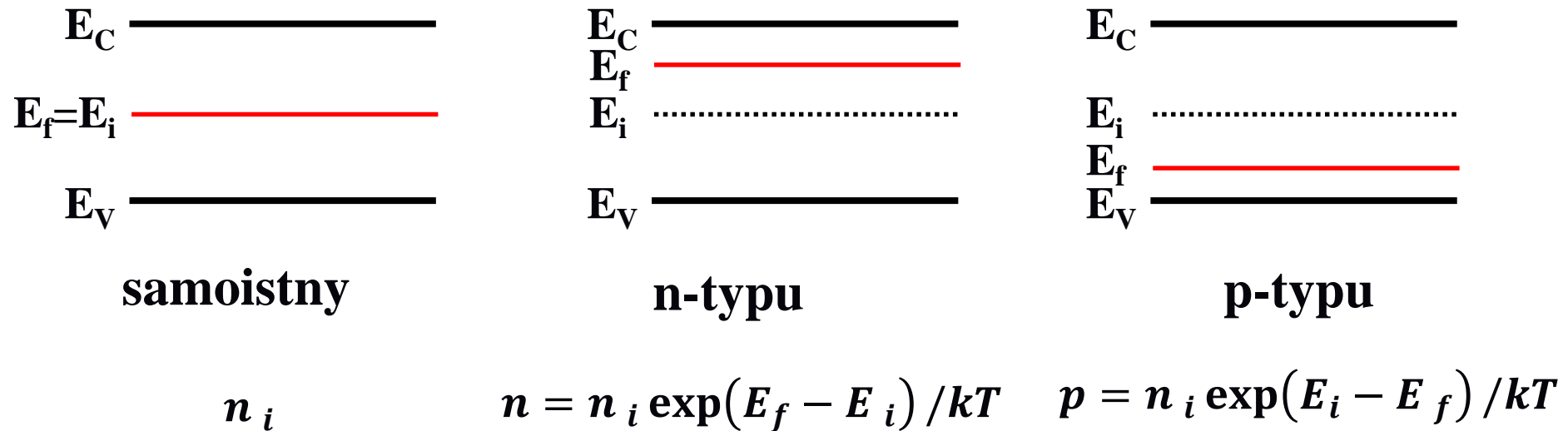
### \* Lanthanide Series

58 <b>Ce</b> 140.12	59 <b>Pr</b> 140.907	60 <b>Nd</b> 144.24	61 <b>Pm</b> (147)	62 <b>Sm</b> 150.35	63 <b>Eu</b> 151.96	64 <b>Gd</b> 157.25	65 <b>Tb</b> 158.924	66 <b>Dy</b> 162.50	67 <b>Ho</b> 164.930	68 <b>Er</b> 167.26	69 <b>Tm</b> 168.934	70 <b>Yb</b> 173.04	71 <b>Lu</b> 174.97
---------------------------	----------------------------	---------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	----------------------------	---------------------------	---------------------------

### † Actinide Series

90 <b>Th</b> 232.038	91 <b>Pa</b> (231)	92 <b>U</b> 238.03	93 <b>Np</b> (237)	94 <b>Pu</b> (242)	95 <b>Am</b> (243)	96 <b>Cm</b> (247)	97 <b>Bk</b> (247)	98 <b>Cf</b> (249)	99 <b>Es</b> (254)	100 <b>Fm</b> (253)	101 <b>Md</b> (256)	102 <b>No</b> (256)	103 <b>Lr</b> (257)
----------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

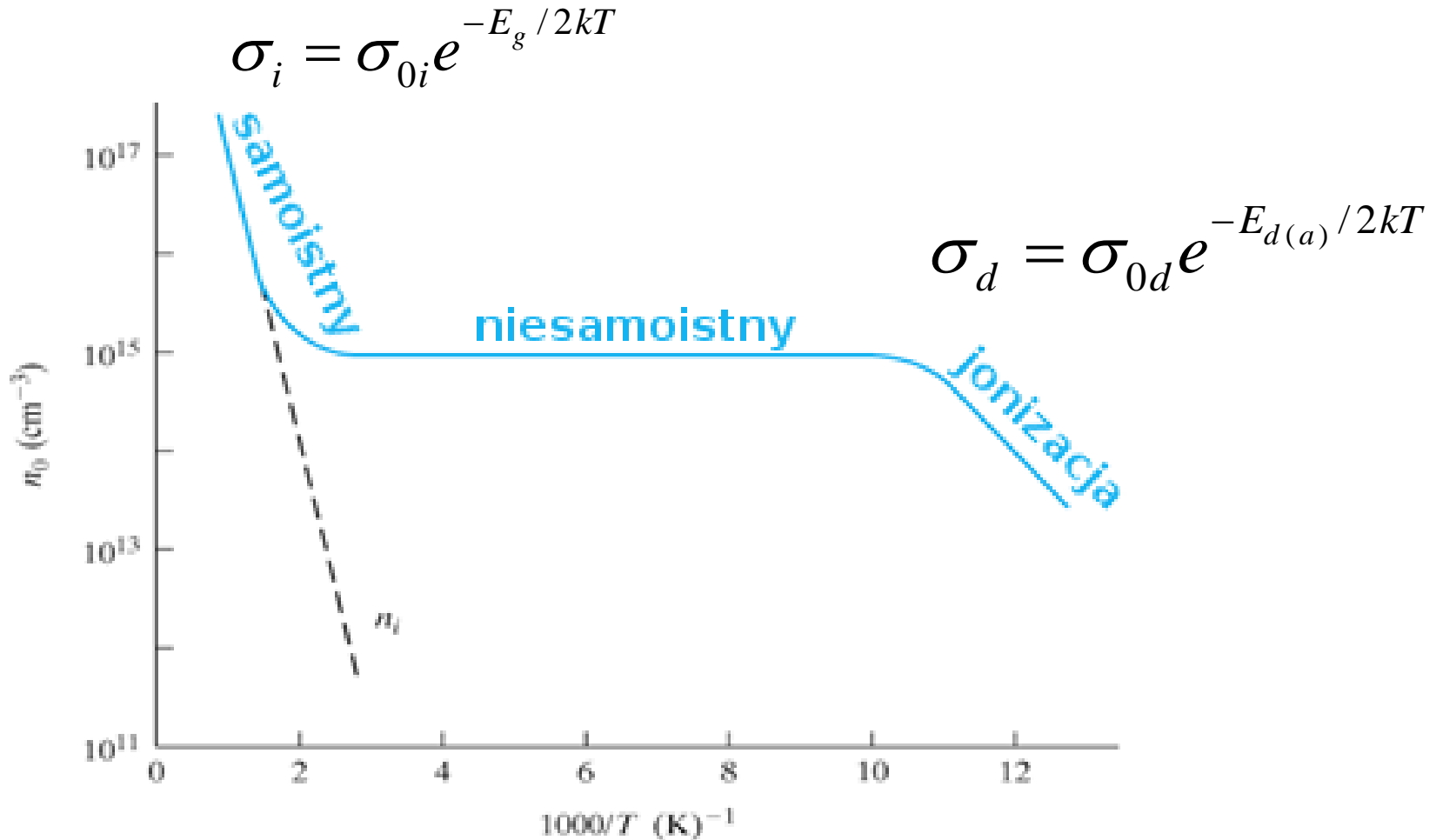
# Poziom Fermiego w półprzewodniku niezdegenerowanym



**Wpływ domieszkowania na poziom Fermiego  $E_f$ :**

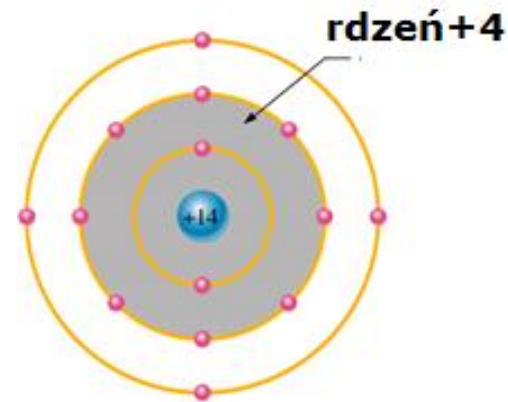
- **n-typu:** poziom Fermiego przesuwa się do góry
- **p-typu:** poziom Fermiego przesuwa się w dół

# Zależność przewodności od temperatury- półprzewodnik domieszkowy



# Atom krzemu (Si)

- 14 neutronów
- 14 protonów
- 10 elektronów na powłokach wewnętrznych (rdzeń)
- 4 elektrony walencyjne



Si – liczba atomowa  $Z = 14$

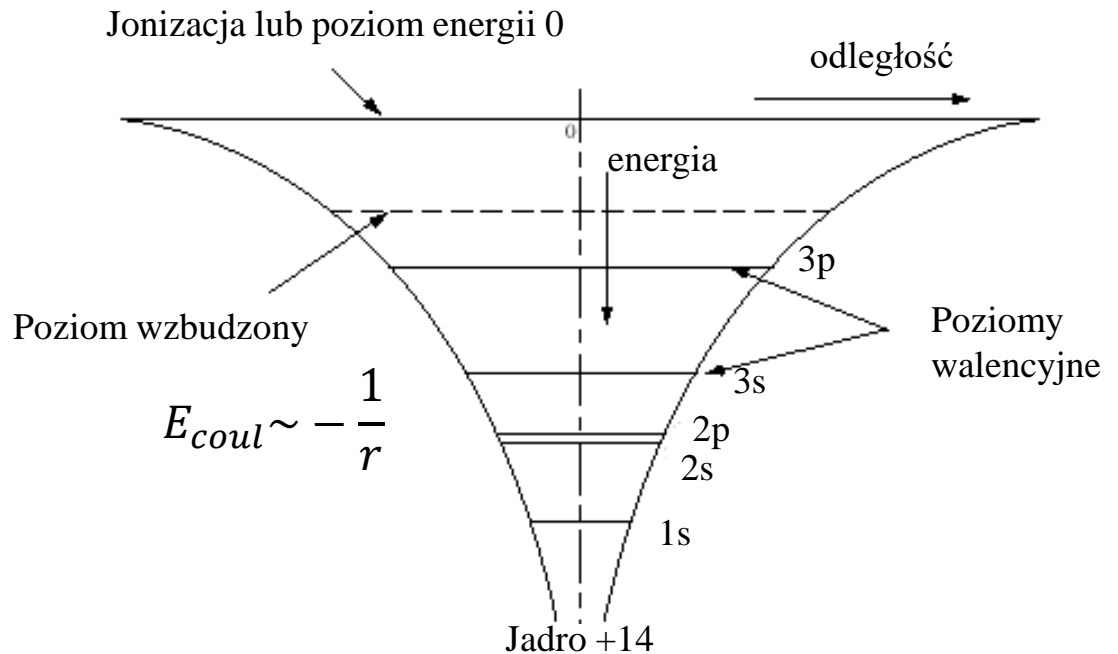
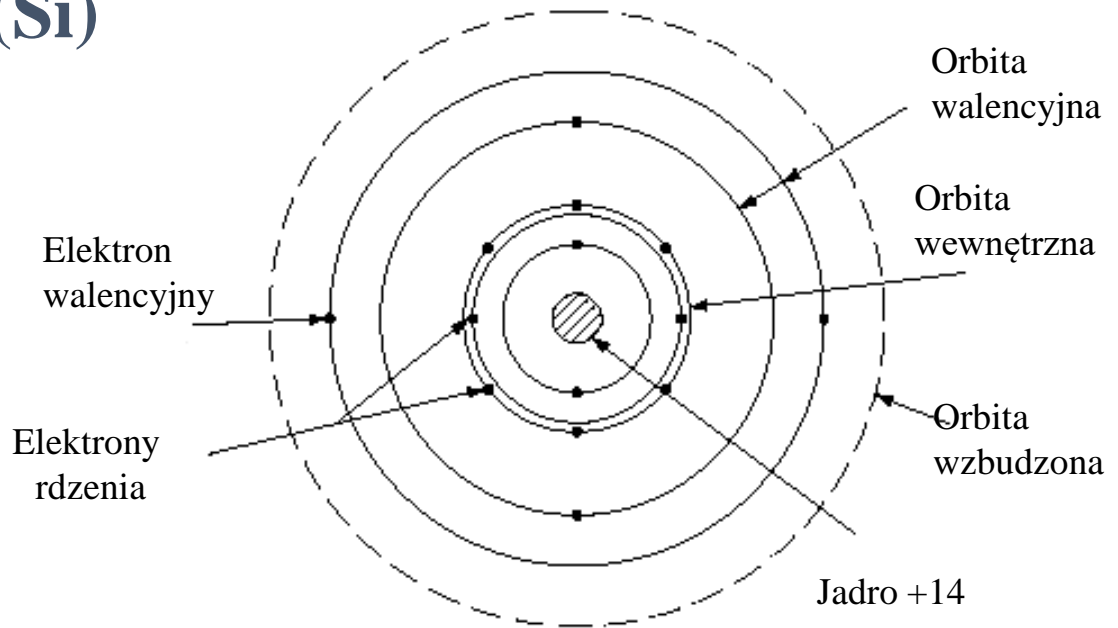
- konfiguracja elektronowa  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$
- zamknięte powłoki K i L : *Ne* ( $Z = 10$ ) ( $1s^2 2s^2 2p^6$ )
- 4 walencyjne elektrony na podpowłoce M: 2 elektrony w stanie  $3s^2$  i 2 elektrony w stanie  $3p^2$
- razem  $[\text{Ne}] 3s^2 3p^2$

# Atom krzemu (Si)

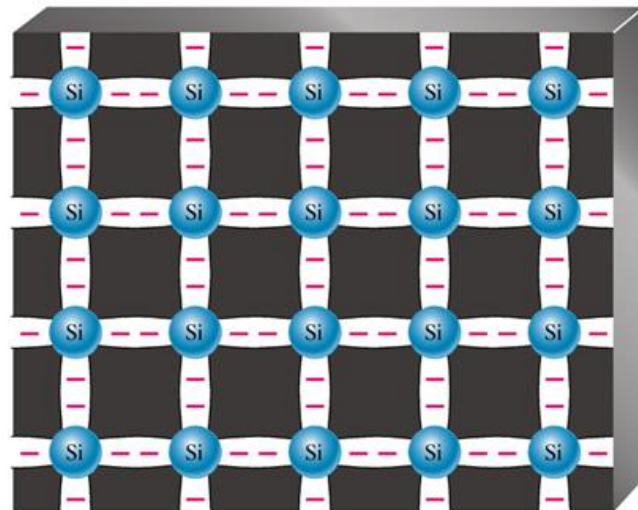
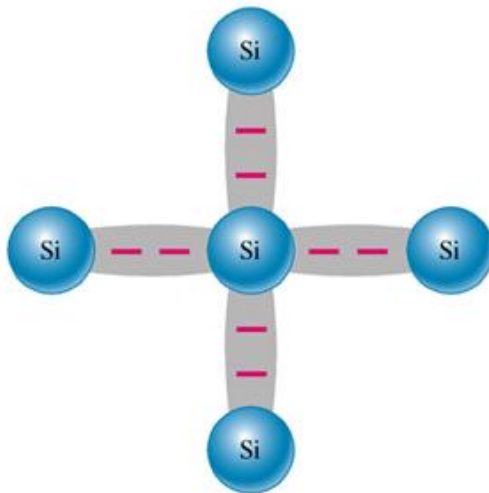
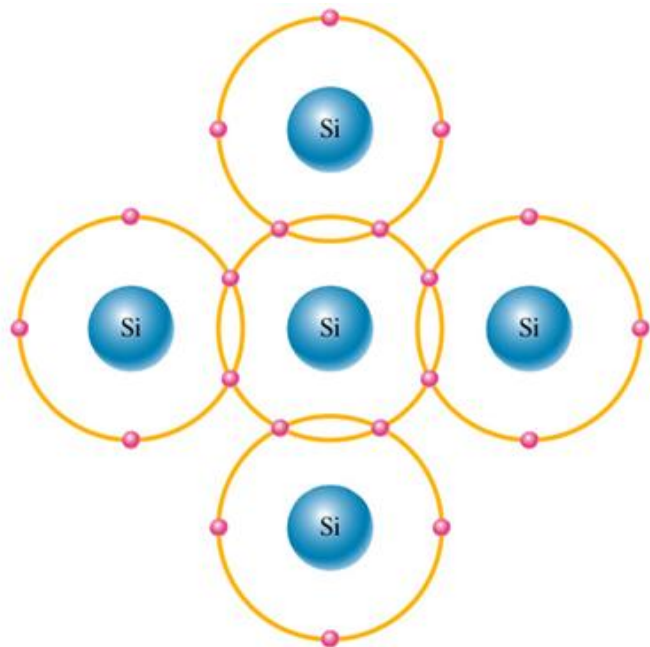
**Struktura elektronowa i poziomy energetyczne w atomie Si:**

**(a) model orbitalny atomu Si z 10 elektronami rdzenia ( $n = 1$  i  $n = 2$ ) i 4 elektronami walencyjnymi ( $n = 3$ );**

**(b) poziomy energetyczne w coulombowskiej studni potencjału.**



# Wiązanie kowalencyjne w Si – wspólne elektrony walencyjne



Atom środkowy dzieli się swoim elektronem z każdym z czterech sąsiednich atomów, tworząc wiązanie kowalencyjne. Te z kolei, dzielą się swoimi elektronami z sąsiadami.

Wiązanie kowalencyjne w kryształie krzemu. Minusy reprezentują wspólne elektrony walencyjne



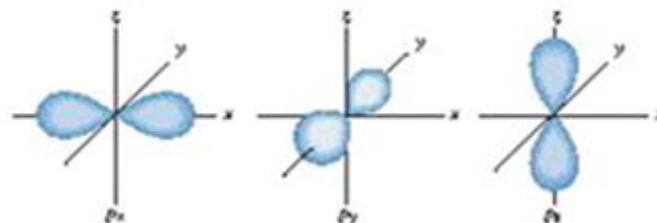
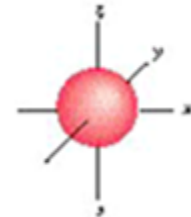
# Zhybrydyzowane orbitale $SP^3$ w Si

Z rozw. równania Schrodingera dla atomu Si otrzymuje się radialną i kątową zależność funkcji falowej dla elektronu (tzw. orbitale).

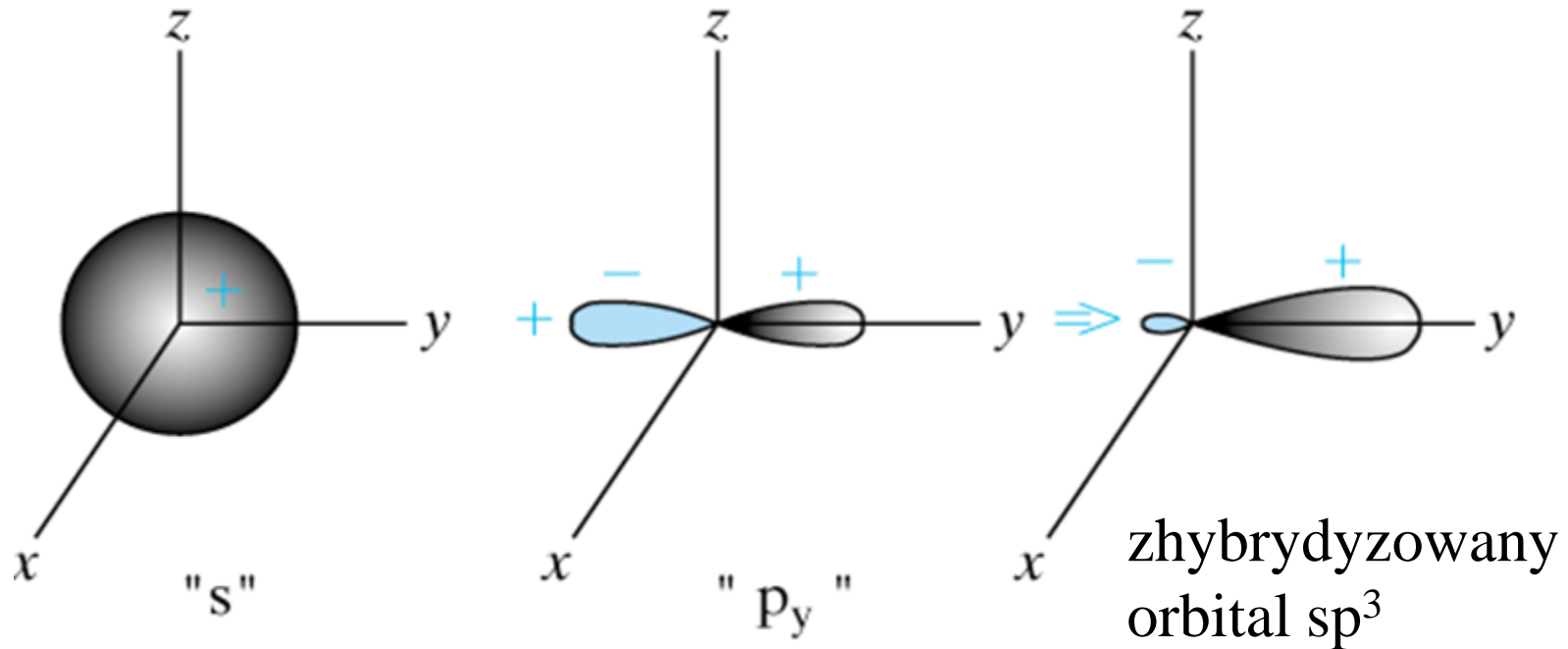
**konfiguracja elektronowa  $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$**

Dla podpowłoki walencyjnej ( $n=3$ ) z dwoma elektronami w stanie  $3s$  i dwoma w stanie  $3p$ :

- jest dodatni orbital  $3s$  sferycznie symetryczny. Orbital ten może zgodnie z zasadą Pauliego pomieścić 2 elektrony o przeciwnych spinach
- są 3 orbitale  $3p$  ( $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$ ) wzajemnie prostopadłe o kształcie maczugi z dodatnią i ujemną częścią. Podpowłoka  $3p$  może pomieścić 6 elektronów, ale w Si są tylko 2 elektrony.



# SP<sup>3</sup> hybrydyzacja orbitalu w sieci Si



## Orbitale w izolowanym atomie Si i hybrydyzacja w sieci krystalicznej Si

Kiedy atomy Si zbliżają się do siebie, orbitale s i p przekrywają się – tracą swój izolowany charakter prowadząc do 4 mieszanych orbitali  $sp^3$  → tworzy się tetragonalna komórka prymitywna typu struktury diamentu i blendy cynkowej, typowa dla większości półprzewodników.

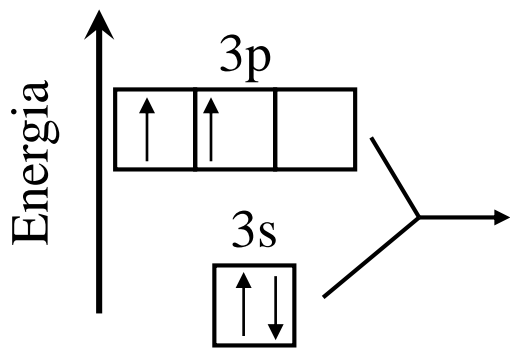
# Wiązanie kowalencyjne

Izolowany atom

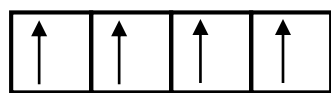
Si:

1 orbital s

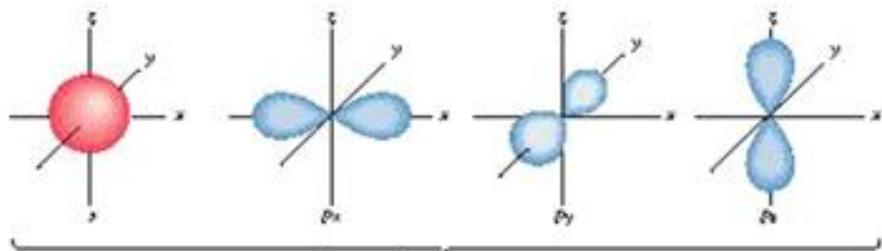
3 orbitale p



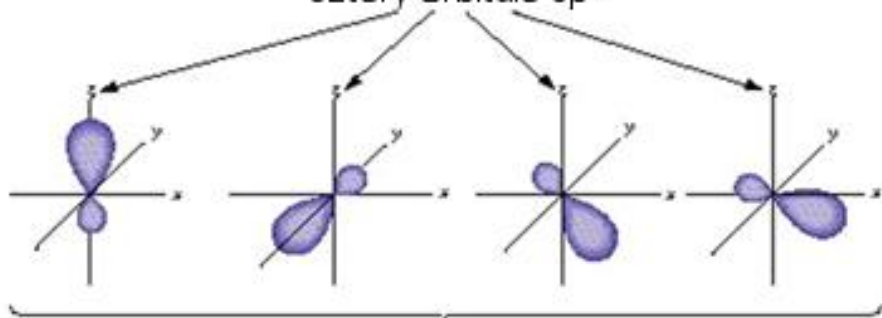
## Hybrydyzacja $sp^3$



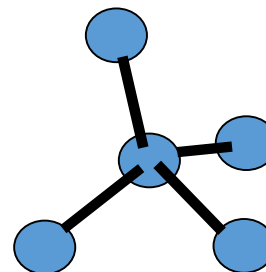
1 orbital s  
3 orbitale p } =  $sp^3$



łącznie tworzą  
cztery orbitale  $sp^3$

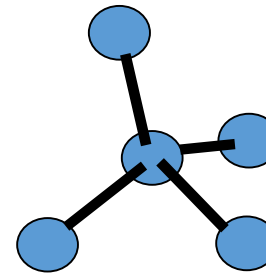
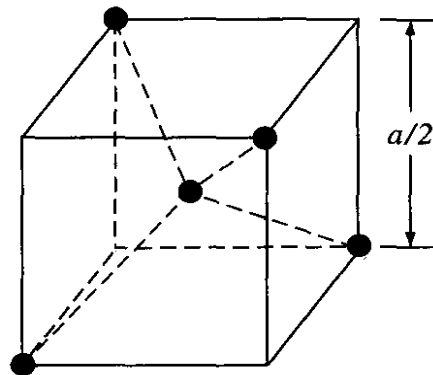
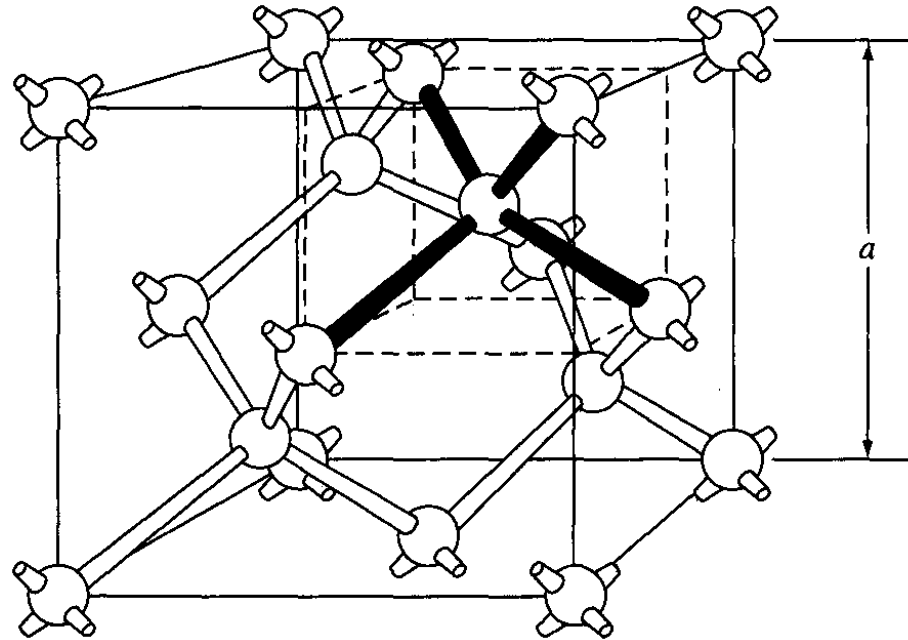


reprezentowane w postaci  
tetraedru

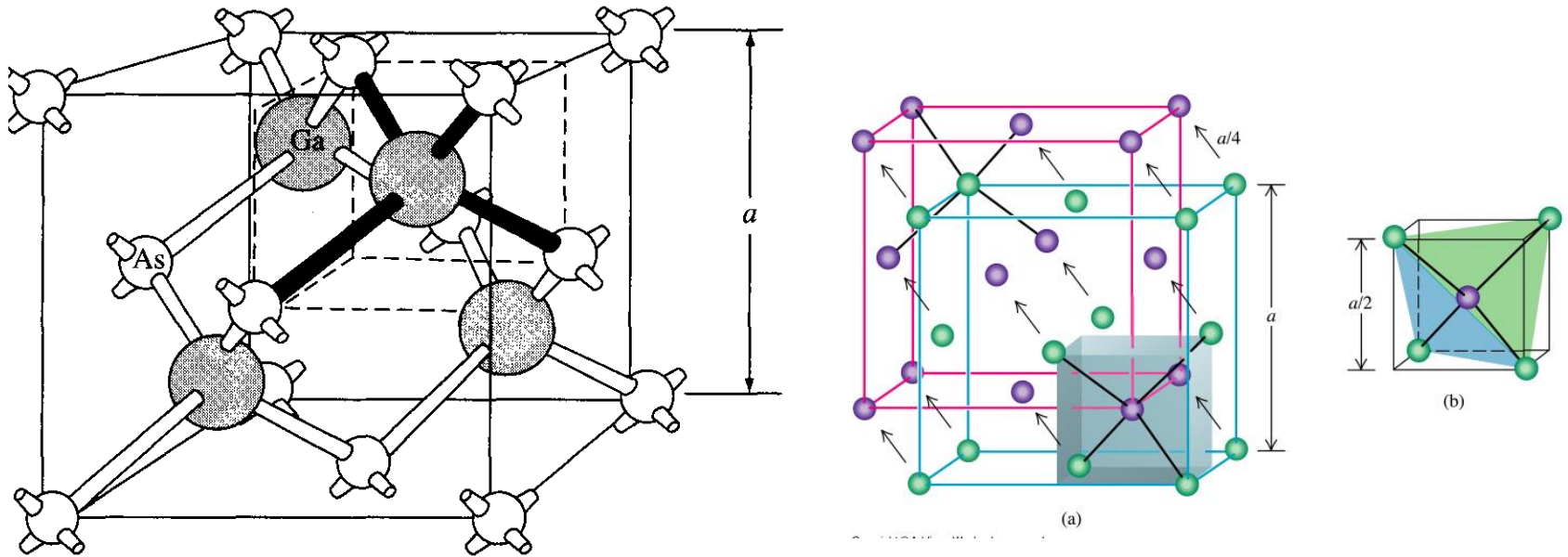


# Sieć diamentu, germanu, krzemu

Wszystkie atomy jednego rodzaju: C, Ge, Si,  $\alpha$ -Sn



# Sieć blendy cynkowej (ZnS, GaAs)



– co najmniej dwa rodzaje atomów: ZnS, półprzewodniki grupy III-V (GaAs) i II-VI (CdTe, HgTe)

- dwie sieci płasko centrowane, przesunięte względem siebie o  $\frac{1}{4}$  głównej przekątnej.

Położenia atomów:  $(0,0,0)$   $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

# Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi termodynamicznej w półprzewodniku

Koncentracja elektronów w pasmie przewodnictwa:

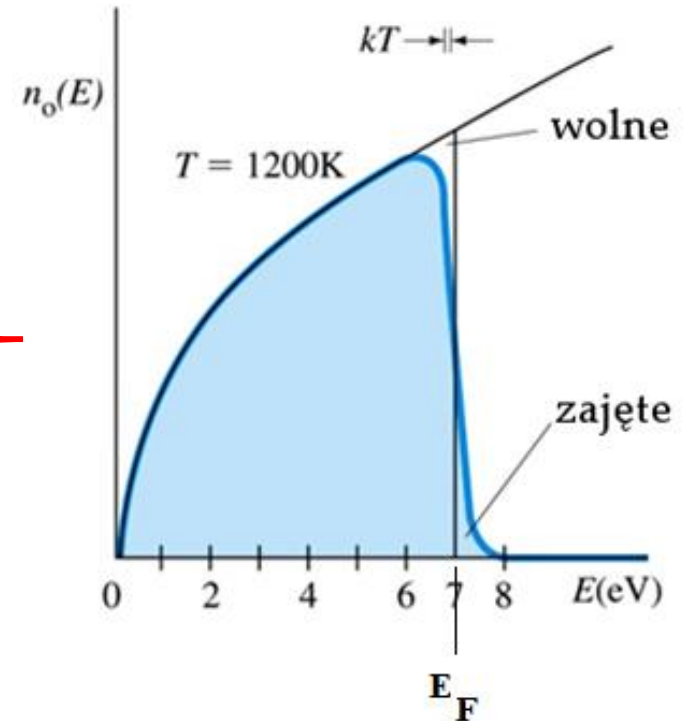
$$n_0 = \int_{E_c}^{\infty} f(E) \rho_c(E) dE$$

Prawdopodobieństwo obsadzenia stanu fermionem:

$$f(E) = \frac{1}{e^{(E-E_F)/kT} + 1}$$

Gęstość stanów w pobliżu krawędzi pasm:

$$\rho_c(E) = \frac{(2m_c)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} \sqrt{E - E_c}, \quad E \geq E_c$$



# Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi termodynamicznej w półprzewodniku

$$n_0 = N_C F_{1/2} \left( \frac{E_F - E_C}{kT} \right)$$

Całka Fermiego

$$N_C = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

efektywna gęstość stanów

Dla półprzewodnika niezdegenerowanego:

$$n_0 = N_C f(E_C) = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

Dla półprzewodnika zdegenerowanego:

$$n_0 = \frac{1}{3\pi^2} \left( \frac{2m_n^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} (E_F - E_C)^{3/2}$$

# Koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa

$$f(E_C) = \frac{1}{1 + e^{(E_C - E_F)/kT}} \approx e^{-(E_C - E_F)/kT} \quad (300K)$$

$$f(E) \sim \exp\left[-\frac{(E - E_F)}{kT}\right]; \quad N(E) \sim \sqrt{E}$$

$$n_0 = \int_{E_C}^{\infty} f(E) N(E) dE$$

$$n_0 = N_C f(E_C) = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT}$$

$$N_C = 2 \left( \frac{2\pi m_n^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Uwaga:

Pojawia się pojęcie masy efektywnej elektronu  $m_n^*$



gdzie  $N_C$  - efektywna gęstość stanów (wszystkie stany zastępuje się stanami na dnie pasma przewodnictwa)

**Koncentracja elektronów w paśmie przewodnictwa =  
(efektywna gęstość stanów  $N_C$ ) x (funkcja Boltzmann)**

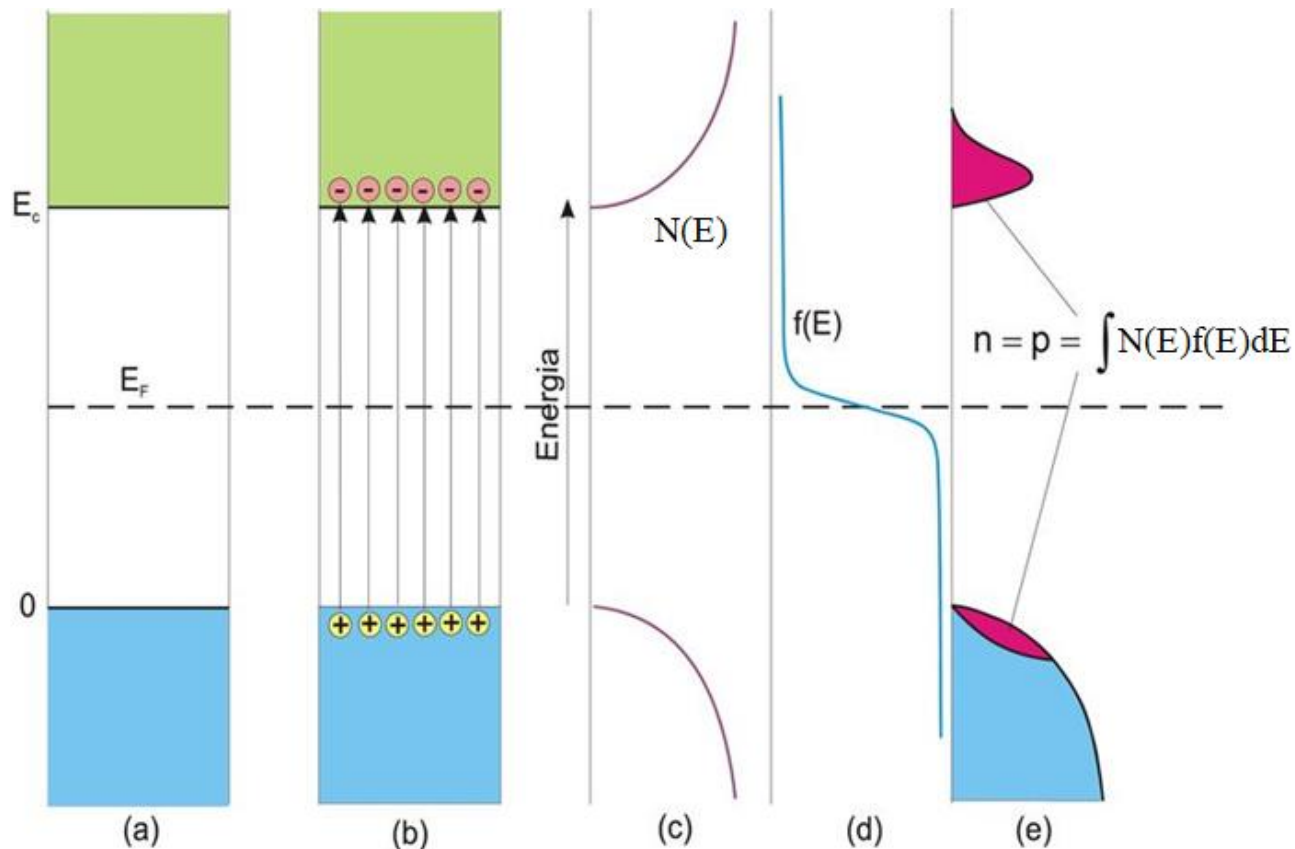


# Koncentracja dziur w paśmie walencyjnym

$$p_0 = N_V [1 - f(E_V)] = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

$$N_V = 2 \left( \frac{2\pi m_p^* kT}{h^2} \right)^{3/2}$$

Tu też pojawia się pojęcie masy efektywnej, dla dziur  $m_p^*$

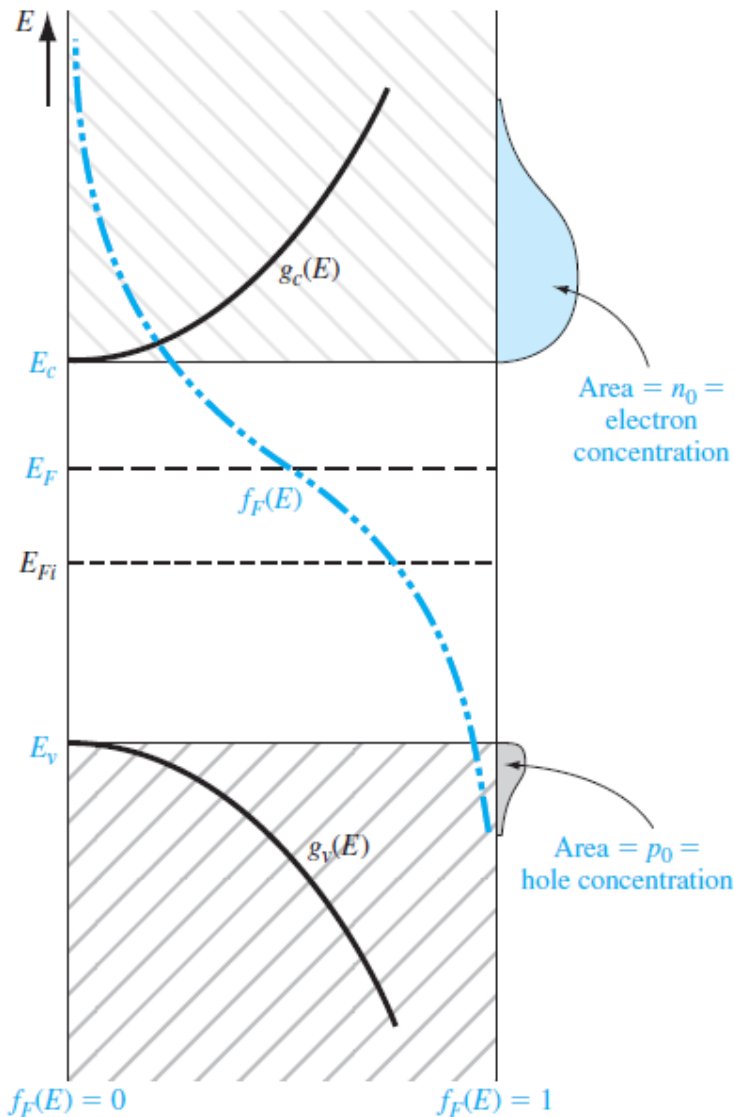


Schematyczne przedstawienie modelu półprzewodnika samoistnego. Pasmo walencyjne i pasmo przewodnictwa w 0 K (a) i  $T > 0$  (b). Funkcje gęstości stanów (c), funkcje rozkładu (d) oraz koncentracja nośników (e).

W półprzewodniku samoistnym koncentracja równowagowa elektronów w paśmie przewodnictwa jest równa koncentracji równowagowej dziur w paśmie walencyjnym

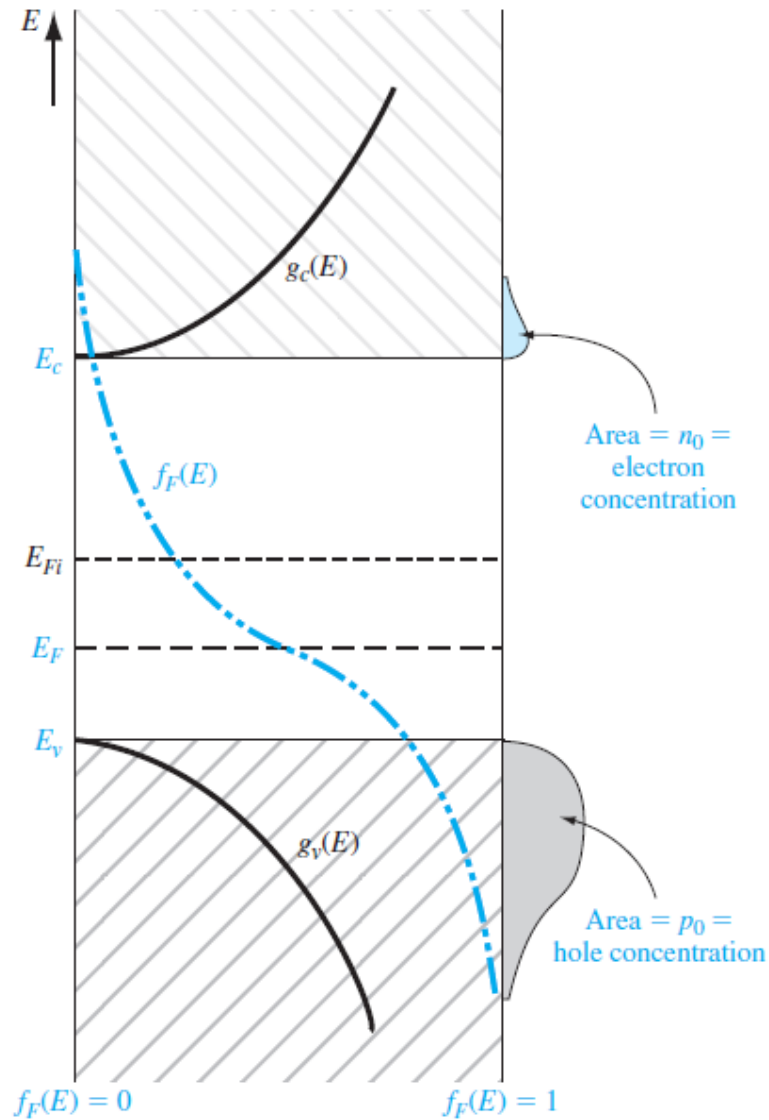
$$n_0 = p_0 = n_i$$

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2$$



**Półprzewodnik typu n**  
 $n_0 > p_0$

$$n_0 \cdot p_0 = n_i^2$$



**Półprzewodnik typu p**  
 $p_0 > n_0$

# Koncentracja elektronów i dziur w stanie równowagi termodynamicznej

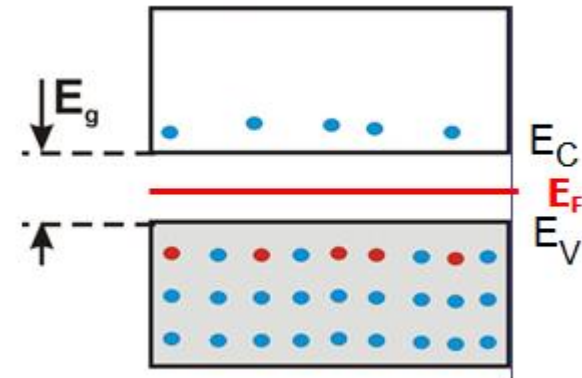
Równanie prawdziwe dla wszystkich półprzewodników:  $n_0 p_0 = n_i^2$  (\*)

W półprzewodniku samoistnym  $n_0 = p_0 = n_i$

$$n_0 = N_C e^{-(E_C - E_F)/kT} \quad p_0 = N_V e^{-(E_F - E_V)/kT}$$

Po podstawieniu do równania (\*)

$$n_i = \sqrt{N_C N_V} e^{-E_g / 2kT}$$



gdzie  $E_C - E_V = E_g$